Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №6

з дисципліни **«Методи оптимізації та планування»**

Виконала:

студентка групи ІО-91

Гученко Софія

Залікова книжка № IO-9108

Перевірив:

ас. Регіда П.Г.

Київ – 2021

Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з квадратичними членами

**Мета:** Провести трьохфакторний експеримент і отримати адекватну модель – рівняння регресії, використовуючи рототабельний композиційний план.

**Завдання на лабораторну роботу:**

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями.
2. Вибрати з таблиці варіантів і записати в протокол інтервали значень х1, х2, х3. Обчислити і записати значення, відповідні кодованим значенням факторів +1; -1;+; -; 0 для 1, 2, 3.
3. Значення функції відгуку знайти за допомогою підстановки в формулу:

yi = f(х1, х2, х3) + random(10)-5,

де f(х1, х2, х3) вибирається по номеру в списку в журналі викладача.

1. Провести експерименти і аналізуючи значення статистичних перевірок, отримати адекватну модель рівняння регресії. При розрахунках використовувати натуральні значення факторів.
2. Зробити висновки по виконаній роботі.

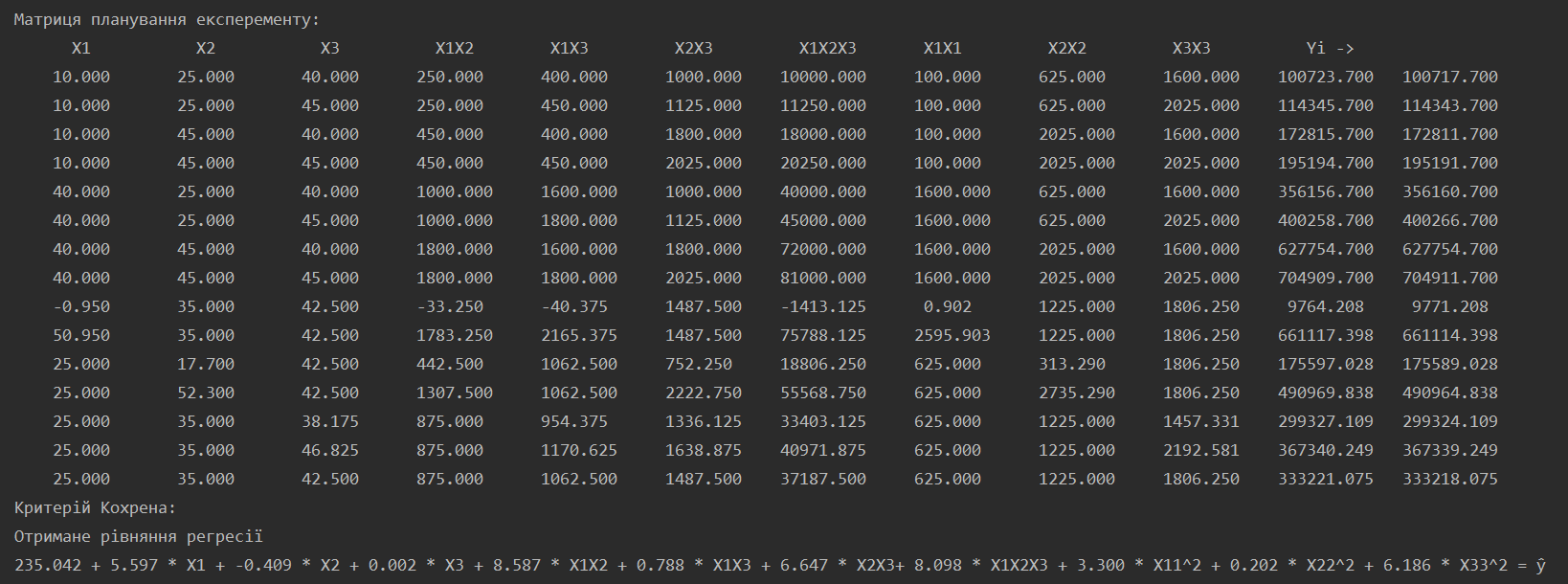
**Варіант завдання:**

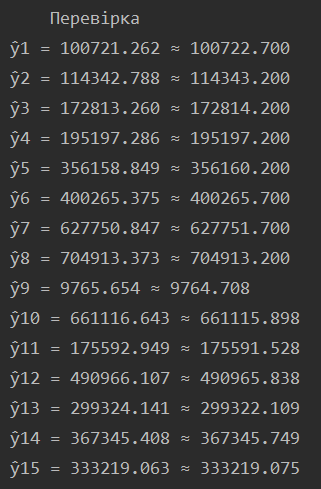


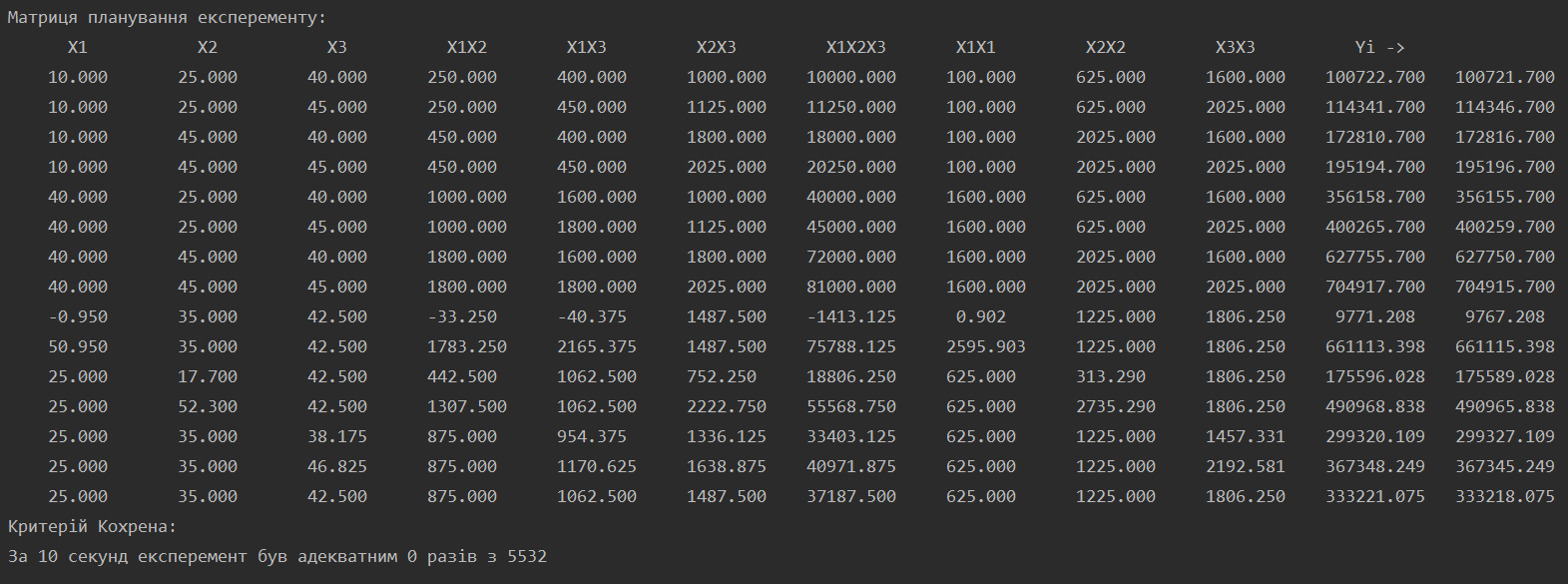
**Роздруківка тексту програми:**

from math import fabs, sqrt  
import time  
m = 2  
p = 0.95  
N = 15  
x1\_min = 10  
x1\_max = 40  
x2\_min = 25  
x2\_max = 45  
x3\_min = 40  
x3\_max = 45  
x01 = (x1\_max + x1\_min) / 2  
x02 = (x2\_max + x2\_min) / 2  
x03 = (x3\_max + x3\_min) / 2  
delta\_x1 = x1\_max - x01  
delta\_x2 = x2\_max - x02  
delta\_x3 = x3\_max - x03  
  
average\_y = None  
matrix = None  
dispersion\_b2 = None  
student\_lst = None  
d = None  
q = None  
f3 = None  
  
  
class Perevirku:  
 def get\_cohren\_value(self, size\_of\_selections, qty\_of\_selections, significance):  
 from \_pydecimal import Decimal  
 from scipy.stats import f  
 size\_of\_selections += 1  
 partResult1 = significance / (size\_of\_selections - 1)  
 params = [partResult1, qty\_of\_selections, (size\_of\_selections - 1 - 1) \* qty\_of\_selections]  
 fisher = f.isf(\*params)  
 result = fisher / (fisher + (size\_of\_selections - 1 - 1))  
 return Decimal(result).quantize(Decimal('.0001')).\_\_float\_\_()  
  
 def get\_student\_value(f3, significance):  
 from \_pydecimal import Decimal  
 from scipy.stats import t  
 return Decimal(abs(t.ppf(significance / 2, f3))).quantize(Decimal('.0001')).\_\_float\_\_()  
  
 def get\_fisher\_value(f3, f4, significance):  
 from \_pydecimal import Decimal  
 from scipy.stats import f  
 return Decimal(abs(f.isf(significance, f4, f3))).quantize(Decimal('.0001')).\_\_float\_\_()  
  
  
def generate\_matrix():  
 def f(X1, X2, X3):  
 from random import randrange  
 y = 6.7 + 9.1 \* X1 + 1.6 \* X2 + 9.1 \* X3 + 3.3 \* X1 \* X1 + 0.2 \* X2 \* X2 + 6.1 \* X3 \* X3 + 8.5 \* X1 \* X2 + \  
 0.7 \* X1 \* X3 + 6.6 \* X2 \* X3 + 8.1 \* X1 \* X2 \* X3 + randrange(0, 10) - 5  
 return y  
  
 matrix\_with\_y = [[f(matrix\_x[j][0], matrix\_x[j][1], matrix\_x[j][2]) for i in range(m)] for j in range(N)]  
 return matrix\_with\_y  
  
  
def x(l1, l2, l3):  
 x\_1 = l1 \* delta\_x1 + x01  
 x\_2 = l2 \* delta\_x2 + x02  
 x\_3 = l3 \* delta\_x3 + x03  
 return [x\_1, x\_2, x\_3]  
  
  
def find\_average(lst, orientation):  
 average = []  
 if orientation == 1:  
 for rows in range(len(lst)):  
 average.append(sum(lst[rows]) / len(lst[rows]))  
 else:  
 for column in range(len(lst[0])):  
 number\_lst = []  
 for rows in range(len(lst)):  
 number\_lst.append(lst[rows][column])  
 average.append(sum(number\_lst) / len(number\_lst))  
 return average  
  
  
def a(first, second):  
 need\_a = 0  
 for j in range(N):  
 need\_a += matrix\_x[j][first - 1] \* matrix\_x[j][second - 1] / N  
 return need\_a  
  
  
def find\_known(number):  
 need\_a = 0  
 for j in range(N):  
 need\_a += average\_y[j] \* matrix\_x[j][number - 1] / 15  
 return need\_a  
  
  
def solve(lst\_1, lst\_2):  
 from numpy.linalg import solve  
 solver = solve(lst\_1, lst\_2)  
 return solver  
  
  
def check\_result(b\_lst, k):  
 y\_i = b\_lst[0] + b\_lst[1] \* matrix[k][0] + b\_lst[2] \* matrix[k][1] + b\_lst[3] \* matrix[k][2] + \  
 b\_lst[4] \* matrix[k][3] + b\_lst[5] \* matrix[k][4] + b\_lst[6] \* matrix[k][5] + b\_lst[7] \* matrix[k][6] + \  
 b\_lst[8] \* matrix[k][7] + b\_lst[9] \* matrix[k][8] + b\_lst[10] \* matrix[k][9]  
 return y\_i  
  
  
def student\_test(b\_lst, number\_x=10):  
 dispersion\_b = sqrt(dispersion\_b2)  
 for column in range(number\_x + 1):  
 t\_practice = 0  
 t\_theoretical = Perevirku.get\_student\_value(f3, q)  
 for row in range(N):  
 if column == 0:  
 t\_practice += average\_y[row] / N  
 else:  
 t\_practice += average\_y[row] \* matrix\_pfe[row][column - 1]  
 if fabs(t\_practice / dispersion\_b) < t\_theoretical:  
 b\_lst[column] = 0  
 return b\_lst  
  
  
def fisher\_test():  
 dispersion\_ad = 0  
 f4 = N - d  
 for row in range(len(average\_y)):  
 dispersion\_ad += (m \* (average\_y[row] - check\_result(student\_lst, row))) / (N - d)  
 F\_practice = dispersion\_ad / dispersion\_b2  
 F\_theoretical = Perevirku.get\_fisher\_value(f3, f4, q)  
 return F\_practice < F\_theoretical  
  
  
matrix\_pfe = [  
 [-1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, +1, +1, +1],  
 [-1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, +1, +1],  
 [-1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, +1, +1],  
 [-1, +1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, +1],  
 [+1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, +1],  
 [+1, -1, +1, -1, +1, -1, -1, +1, +1, +1],  
 [+1, +1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, +1, +1],  
 [+1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1],  
 [-1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0, 0],  
 [+1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0, 0],  
 [0, -1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0],  
 [0, +1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0],  
 [0, 0, -1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929],  
 [0, 0, +1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  
]  
  
matrix\_x = [[] for x in range(N)]  
for i in range(len(matrix\_x)):  
 if i < 8:  
 x\_1 = x1\_min if matrix\_pfe[i][0] == -1 else x1\_max  
 x\_2 = x2\_min if matrix\_pfe[i][1] == -1 else x2\_max  
 x\_3 = x3\_min if matrix\_pfe[i][2] == -1 else x3\_max  
 else:  
 x\_lst = x(matrix\_pfe[i][0], matrix\_pfe[i][1], matrix\_pfe[i][2])  
 x\_1, x\_2, x\_3 = x\_lst  
 matrix\_x[i] = [x\_1, x\_2, x\_3, x\_1 \* x\_2, x\_1 \* x\_3, x\_2 \* x\_3, x\_1 \* x\_2 \* x\_3, x\_1 \*\* 2, x\_2 \*\* 2, x\_3 \*\* 2]  
  
def run\_experiment():  
 adekvat = False  
 odnorid = False  
  
 global average\_y  
 global matrix  
 global dispersion\_b2  
 global student\_lst  
 global d  
 global q  
 global m  
 global f3  
 while not adekvat:  
 matrix\_y = generate\_matrix()  
 average\_x = find\_average(matrix\_x, 0)  
 average\_y = find\_average(matrix\_y, 1)  
 matrix = [(matrix\_x[i] + matrix\_y[i]) for i in range(N)]  
 mx\_i = average\_x  
 my = sum(average\_y) / 15  
  
 unknown = [  
 [1, mx\_i[0], mx\_i[1], mx\_i[2], mx\_i[3], mx\_i[4], mx\_i[5], mx\_i[6], mx\_i[7], mx\_i[8], mx\_i[9]],  
 [mx\_i[0], a(1, 1), a(1, 2), a(1, 3), a(1, 4), a(1, 5), a(1, 6), a(1, 7), a(1, 8), a(1, 9), a(1, 10)],  
 [mx\_i[1], a(2, 1), a(2, 2), a(2, 3), a(2, 4), a(2, 5), a(2, 6), a(2, 7), a(2, 8), a(2, 9), a(2, 10)],  
 [mx\_i[2], a(3, 1), a(3, 2), a(3, 3), a(3, 4), a(3, 5), a(3, 6), a(3, 7), a(3, 8), a(3, 9), a(3, 10)],  
 [mx\_i[3], a(4, 1), a(4, 2), a(4, 3), a(4, 4), a(4, 5), a(4, 6), a(4, 7), a(4, 8), a(4, 9), a(4, 10)],  
 [mx\_i[4], a(5, 1), a(5, 2), a(5, 3), a(5, 4), a(5, 5), a(5, 6), a(5, 7), a(5, 8), a(5, 9), a(5, 10)],  
 [mx\_i[5], a(6, 1), a(6, 2), a(6, 3), a(6, 4), a(6, 5), a(6, 6), a(6, 7), a(6, 8), a(6, 9), a(6, 10)],  
 [mx\_i[6], a(7, 1), a(7, 2), a(7, 3), a(7, 4), a(7, 5), a(7, 6), a(7, 7), a(7, 8), a(7, 9), a(7, 10)],  
 [mx\_i[7], a(8, 1), a(8, 2), a(8, 3), a(8, 4), a(8, 5), a(8, 6), a(8, 7), a(8, 8), a(8, 9), a(8, 10)],  
 [mx\_i[8], a(9, 1), a(9, 2), a(9, 3), a(9, 4), a(9, 5), a(9, 6), a(9, 7), a(9, 8), a(9, 9), a(9, 10)],  
 [mx\_i[9], a(10, 1), a(10, 2), a(10, 3), a(10, 4), a(10, 5), a(10, 6), a(10, 7), a(10, 8), a(10, 9), a(10, 10)]  
 ]  
 known = [my, find\_known(1), find\_known(2), find\_known(3), find\_known(4), find\_known(5), find\_known(6),  
 find\_known(7), find\_known(8), find\_known(9), find\_known(10)]  
  
 beta = solve(unknown, known)  
 print("Отримане рівняння регресії")  
 print("{:.3f} + {:.3f} \* X1 + {:.3f} \* X2 + {:.3f} \* X3 + {:.3f} \* Х1X2 + {:.3f} \* Х1X3 + {:.3f} \* Х2X3"  
 "+ {:.3f} \* Х1Х2X3 + {:.3f} \* X11^2 + {:.3f} \* X22^2 + {:.3f} \* X33^2 = ŷ\n\tПеревірка"  
 .format(beta[0], beta[1], beta[2], beta[3], beta[4], beta[5], beta[6], beta[7], beta[8], beta[9], beta[10]))  
 for i in range(N):  
 print("ŷ{} = {:.3f} ≈ {:.3f}".format((i + 1), check\_result(beta, i), average\_y[i]))  
  
 while not odnorid:  
 print("Матриця планування експеременту:")  
 print(" X1 X2 X3 X1X2 X1X3 X2X3 X1X2X3 X1X1"  
 " X2X2 X3X3 Yi ->")  
 for row in range(N):  
 print(end=' ')  
 for column in range(len(matrix[0])):  
 print("{:^12.3f}".format(matrix[row][column]), end=' ')  
 print("")  
  
 dispersion\_y = [0.0 for x in range(N)]  
 for i in range(N):  
 dispersion\_i = 0  
 for j in range(m):  
 dispersion\_i += (matrix\_y[i][j] - average\_y[i]) \*\* 2  
 dispersion\_y.append(dispersion\_i / (m - 1))  
 f1 = m - 1  
 f2 = N  
 f3 = f1 \* f2  
 q = 1 - p  
 Gp = max(dispersion\_y) / sum(dispersion\_y)  
 print("Критерій Кохрена:")  
 Gt = Perevirku.get\_cohren\_value(f2, f1, q)  
 if Gt > Gp:  
 print("Дисперсія однорідна при рівні значимості {:.2f}.".format(q))  
 odnorid = True  
 else:  
 print("Дисперсія не однорідна при рівні значимості {:.2f}! Збільшуємо m.".format(q))  
 m += 1  
  
 dispersion\_b2 = sum(dispersion\_y) / (N \* N \* m)  
 student\_lst = list(student\_test(beta))  
 print("Отримане рівняння регресії з урахуванням критерія Стьюдента")  
 print("{:.3f} + {:.3f} \* X1 + {:.3f} \* X2 + {:.3f} \* X3 + {:.3f} \* Х1X2 + {:.3f} \* Х1X3 + {:.3f} \* Х2X3"  
 "+ {:.3f} \* Х1Х2X3 + {:.3f} \* X11^2 + {:.3f} \* X22^2 + {:.3f} \* X33^2 = ŷ\n\tПеревірка"  
 .format(student\_lst[0], student\_lst[1], student\_lst[2], student\_lst[3], student\_lst[4], student\_lst[5],  
 student\_lst[6], student\_lst[7], student\_lst[8], student\_lst[9], student\_lst[10]))  
 for i in range(N):  
 print("ŷ{} = {:.3f} ≈ {:.3f}".format((i + 1), check\_result(student\_lst, i), average\_y[i]))  
  
 print("Критерій Фішера")  
 d = 11 - student\_lst.count(0)  
 if fisher\_test():  
 print("Рівняння регресії адекватне оригіналу")  
 adekvat = True  
 else:  
 print("Рівняння регресії неадекватне оригіналу\n\t Проводимо експеремент повторно")  
 return adekvat  
  
  
if \_\_name\_\_ == '\_\_main\_\_':  
 start = time.time()  
 cnt = 0  
 adekvat = 0  
  
 while (time.time() - start) <= 10:  
 cnt += 1  
  
 try:  
 adekvat += run\_experiment()  
 except Exception:  
 continue  
  
 print(f'За 10 секунд експеремент був адекватним {adekvat} разів з {cnt}')

**Результати роботи програми:**







**Висновки:**

Під час виконання лабораторної роботи було змодельовано трьохфакторний експеримент при використанні лінійного рівняння регресії, рівняння регресії з  ефектом взаємодії та рівняння регресії з квадратичними членами, складено матрицю планування експерименту, було визначено коефіцієнти рівнянь регресії (натуралізовані та нормовані), для форми з квадратичними членами - натуралізовані, виконано перевірку правильності розрахунку коефіцієнтів рівнянь регресії. Також було проведено 3 статистичні перевірки(використання критеріїв Кохрена, Стьюдента та Фішера) для кожної форми рівняння регресії . При виявленні неадекватності лінійного рівняння регресії оригіналу було застосовано ефект взаємодії факторів, при неадекватності і такого рівняння регресії було затосовано рівняння регресії з квадратичними членами. Довірча ймовірність в даній роботі дорівнює 0.95, відповідно рівень значимості q = 0.05.